

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

Час виконання – 180 хвилин

Робота складається з 33 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–30 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 31–33 Ви маєте записати в бланку **B**.

Результат виконання завдань **1–28, 31 і 32** буде зараховано як результат державної підсумкової атестації.

Результат виконання всіх завдань сертифікаційної роботи буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

- Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
- Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання.
- За необхідності використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
- Намагайтесь виконати всі завдання.
- Ви можете скористатися таблицею значень тригонометричних функцій деяких кутів, наведеною на останній сторінці зошита.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A** і **B**

- У бланк **A** записуйте лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
- Відповіді вписуйте чітко, згідно з вимогами інструкції доожної форми завдань.
- Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
- Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–24 в бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразку:



- Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 25–30 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведеніх місцях бланка **A**.
- Виконавши завдання 31–33 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **B**.
- Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 31–33 в бланку **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X														

Зичимо Вам успіху!

Пам'ятайте!

Завдання 1–28 є складовою частиною державної підсумкової атестації

Завдання 1–20 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у бланку А, тому що комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

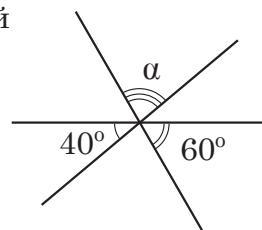
Будьте особливо уважні під час заповнення бланка А!

Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. $\frac{2a + 2}{2} =$

A	B	C	D	E
$a + 2$	$2a + 1$	$a + 1$	$2a$	a

2. Три прямі, розміщені в одній площині, перетинаються в одній точці (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α .

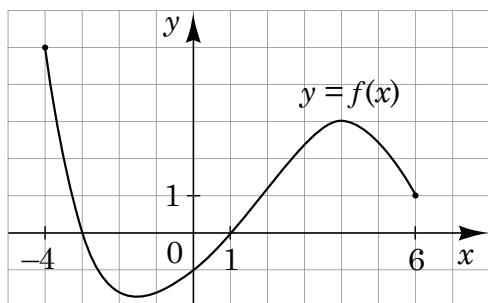


3. У буфеті друзі купили кілька однакових тістечок вартістю 10 грн кожне і 5 однакових булочок вартістю x грн кожна. Яке з чисел може виражати загальну вартість цієї покупки (у грн), якщо x – ціле число?

A	B	C	D	E
31	32	33	34	35

4. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначену на проміжку $[-4; 6]$. Укажіть *найбільше* значення функції f на цьому проміжку.

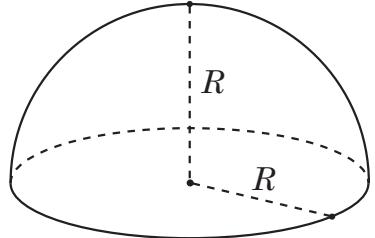
А	Б	В	Г	Д
-4	3	4	5	6



5. Яке з наведених чисел є коренем рівняння $\log_4(x - 1) = 3$?

А	Б	В	Г	Д
4	13	63	65	82

6. Укажіть формулу для обчислення об'єму V півкулі радіуса R (див. рисунок).



А	Б	В	Г	Д
$V = 4\pi R^2$	$V = \frac{2}{3}\pi R^3$	$V = \pi R^3$	$V = 2\pi R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

7. Розв'яжіть рівняння $4\sqrt{x} = 1$.

A	B	V	G	D
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	16	$-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$

8. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{x+1}{x-2}$.

- A $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
B $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
V $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$
G $(-\infty; -1) \cup (-1; 2) \cup (2; +\infty)$
D $(-\infty; +\infty)$

9. У просторі задано паралельні прямі m і n . Які з наведених тверджень є правильними?

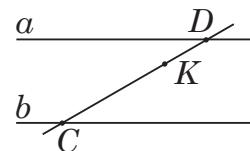
- I. Існує площаина, що містить обидві прямі m і n .
II. Існує пряма, що перетинає обидві прямі m і n .
III. Існує точка, що належить обом прямим m і n .

A	B	V	G	D
лише I	лише II	лише II та III	лише III	лише I та II

10. Спростіть вираз $a(a + 2b) - (a + b)^2$.

A	Б	В	Г	Д
$4ab + b^2$	$4ab - b^2$	$-b^2$	$2ab - b^2$	b^2

11. На рисунку зображені паралельні прямі a і b та січну CD . Знайдіть відстань між прямими a і b , якщо $CK = 5 \text{ см}$, $KD = 2 \text{ см}$, а відстань від точки K до прямої a дорівнює 1 см.



A	Б	В	Г	Д
2,5 см	3 см	3,5 см	4 см	4,5 см

12. Учень з понеділка до п'ятниці записував час (у хвилинах), який він витрачав на дорогу до школи та зі школи (див. таблицю).

Дорога	Дні	понеділок	вівторок	середа	четвер	п'ятниця
	до школи	19	20	21	17	23
зі школи	28	22	20	25	30	

На скільки хвилин у середньому дорога зі школи триваліша за дорогу до школи?

A	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

13. $1 - \sin\alpha \operatorname{ctg}\alpha \cos\alpha =$

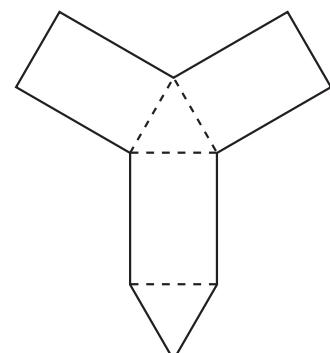
A	Б	В	Г	Д
$\cos 2\alpha$	$1 - \sin 2\alpha$	0	$\cos^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$

14. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} xy = -12, \\ x(2y - 1) = -18. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок системи, то $x_0 =$

A	Б	В	Г	Д
-6	-16	-9	2	6

15. На рисунку зображене розгортку правильної трикутної призми. Визначте площа бічної поверхні цієї призми, якщо периметр розгортки (суцільна лінія) дорівнює 52 см , а периметр основи призми становить 12 см .

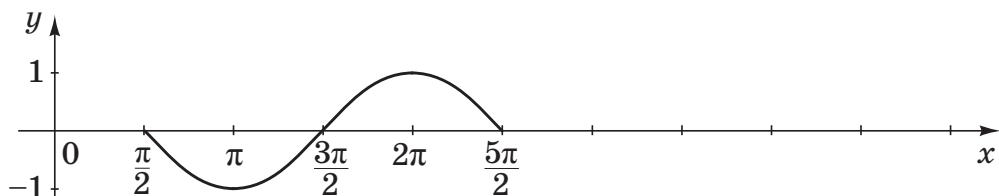
A	Б	В	Г	Д
36 см^2	48 см^2	60 см^2	72 см^2	96 см^2



16. Обчисліть значення виразу $\log_3 45 + \log_3 900 - \log_3 500$.

A	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	4	3	27	$\log_3 445$

17. На рисунку зображене фрагмент графіка періодичної функції з періодом $T = 2\pi$, яка визначена на множині дійсних чисел. Укажіть серед наведених точку, що належить цьому графіку.



A	Б	В	Г	Д
$(1; 2\pi)$	$(3\pi; 0)$	$(-1; 5\pi)$	$(5\pi; 0)$	$(5\pi; -1)$

18. Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 144$.

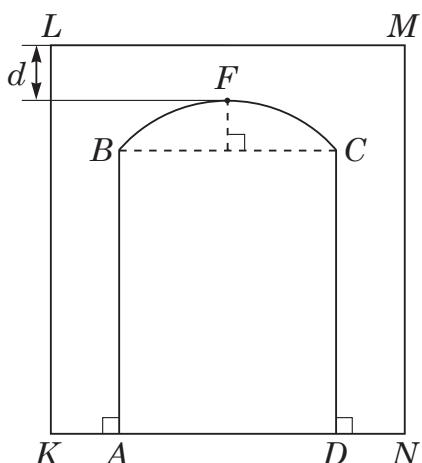
A	Б	В	Г	Д
$[34,5; +\infty)$	$[4; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$(-\infty; 4,5]$	$[4,5; +\infty)$

19. Укажіть похідну функції $f(x) = x(x^3 + 1)$.

A	Б	В	Г	Д
$f'(x) = 4x^3 + 1$	$f'(x) = 4x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$f'(x) = 3x^2 + 1$	$f'(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^2}{2}$

20. На рисунку зображено фрагмент поперечного перерізу стіни (прямокутник $KLMN$) з арковим прорізом $ABFC$, верхня частина BFC якого є дугою кола радіуса 1 м. Відрізки AB і DC перпендикулярні до AD , $AB = DC = 2$ м. $AD = 1,6$ м, $KL = 2,75$ м. Визначте відстань d від найвищої точки F прорізу до стелі LM .

A	Б	В	Г	Д
0,25 м	0,3 м	0,4 м	0,35 м	0,45 м



У завданнях 21–24 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в бланку А комп’ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення бланка А!

Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

21. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- 1 Пряма $y = 4,5x$
2 Пряма $y = -4$
3 Пряма $y = 2x + 4$
4 Пряма $y = x$

- A є паралельною прямій $y = 2x$.
B не має спільних точок з графіком функції $y = x^2 - 1$.
C перетинає графік функції $y = 3^x$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$.
D є паралельною осі y .
E є бісектрисою I і III координатних чвертей.

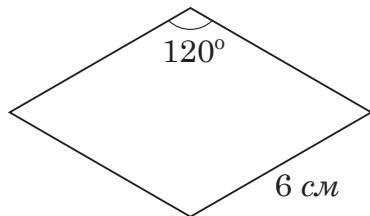
А Б В Г Д

1				
2				
3				
4				

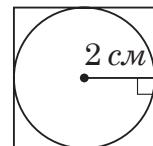
24. Установіть відповідність між геометричною фігурою (1–4) та її площею (А–Д).

Геометрична фігура

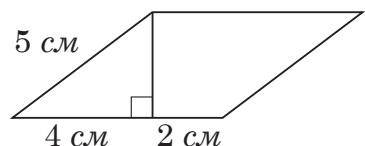
- 1 ромб зі стороною 6 см і тупим кутом 120°



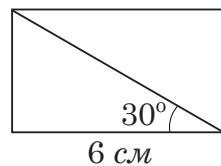
- 2 квадрат, у який уписане коло радіуса 2 см



- 3 паралелограм, одна сторона якого дорівнює 5 см, а висота, проведена з вершини тупого кута, ділить іншу сторону на відрізки завдовжки 4 см і 2 см



- 4 прямокутник, більша сторона якого дорівнює 6 см й утворює з діагоналлю кут 30°



Площа геометричної фігури

- A 12 см^2
B 16 см^2
C 18 см^2
Г $12\sqrt{3} \text{ см}^2$
Д $18\sqrt{3} \text{ см}^2$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

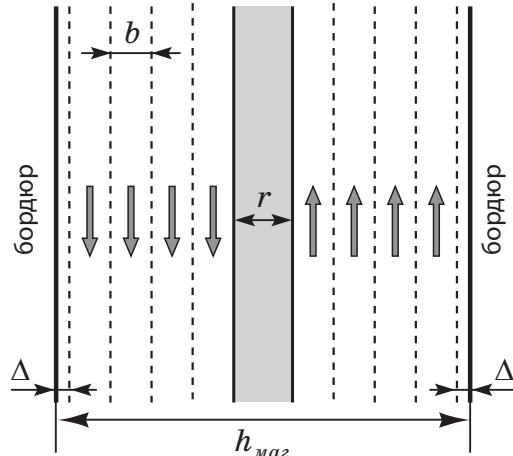
Розв'яжіть завдання 25–30. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

25. Для визначення ширини автомагістралі h_{mag} (у м), що має по 4 однакові смуги руху транспорту в обох напрямках (див. рисунок), використовують формулу $h_{mag} = 8b + r + 2\Delta$, де

b – ширина однієї смуги руху транспорту;

r – ширина розділюальної смуги між напрямками руху транспорту;

Δ – ширина запобіжної смуги між крайньою смugoю руху й бордюром.



1. Визначте ширину b (у м) однієї смуги, якщо $h_{mag} = 40,2$ м, $r = 10$ м, $\Delta = 1,5$ м.

--

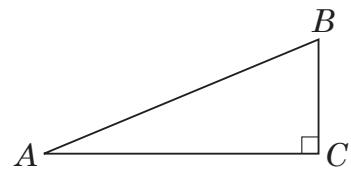
Відповідь: ,

2. Заплановано збільшити ширину b кожної смуги руху транспорту на 10% за рахунок лише зменшення ширини r розділюальної смуги. На скільки метрів потрібно зменшити ширину r розділюальної смуги?

--

Відповідь: ,

- 26.** У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) відстані від середини медіані BM до катетів AC і BC дорівнюють 5 см і 6 см відповідно.



1. Визначте довжину катета AC (у см).

Відповідь: ,

2. Визначте радіус (у см) кола, описаного навколо трикутника ABC .

Відповідь: ,

27. Знаменник геометричної прогресії дорівнює $\frac{2}{3}$, а сума чотирьох перших її членів дорівнює 65. Знайдіть перший член цієї прогресії.

Відповідь: ,

28. У майстерні мали виготовити 240 стільців за n днів, причому щодня планували виробляти однакову кількість стільців. Однак, на прохання замовника, завдання виконали на 2 дні раніше запланованого терміну. Для цього довелося денну норму виготовлення збільшити на 4 стільці. Визначте n .

Відповідь: ,

- 29.** В Оленки є 8 різних фотографій з її зображенням та 6 різних фотографій її класу. Скільки всього є способів вибрати з них 3 фотографії зі своїм зображенням для персональної сторінки в соціальній мережі та 2 фотографії свого класу для сайту школи?

Відповідь: ,

30. У прямокутній системі координат на площині задано колінеарні вектори \vec{AB} та $\vec{a}(3; -5)$. Визначте абсцису точки B , якщо $A(-4; 1)$, а точка B лежить на прямій $y = 3$.



Відповідь: ,

Пам'ятайте!

Завдання 31 і 32 є складовою частиною державної підсумкової атестації

Розв'яжіть завдання 31–33. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

31. Задано функції $f(x) = x^3$ і $g(x) = 4|x|$.

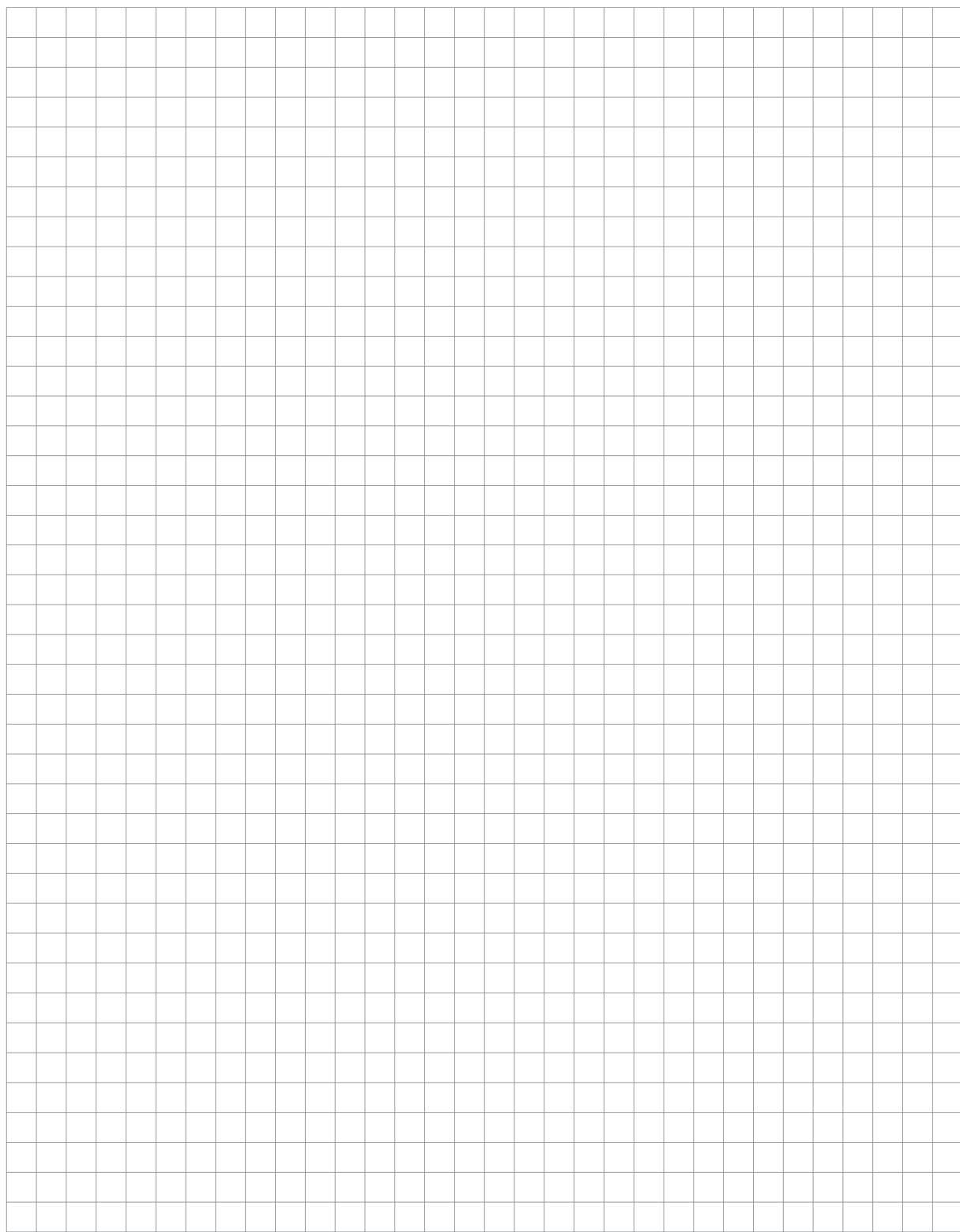
1. Побудуйте графік функції f .
2. Побудуйте графік функції g .
3. Визначте абсциси точок перетину графіків функцій f і g .
4. Обчисліть площину фігури, обмеженої графіками функцій f і g .



Відповідь:

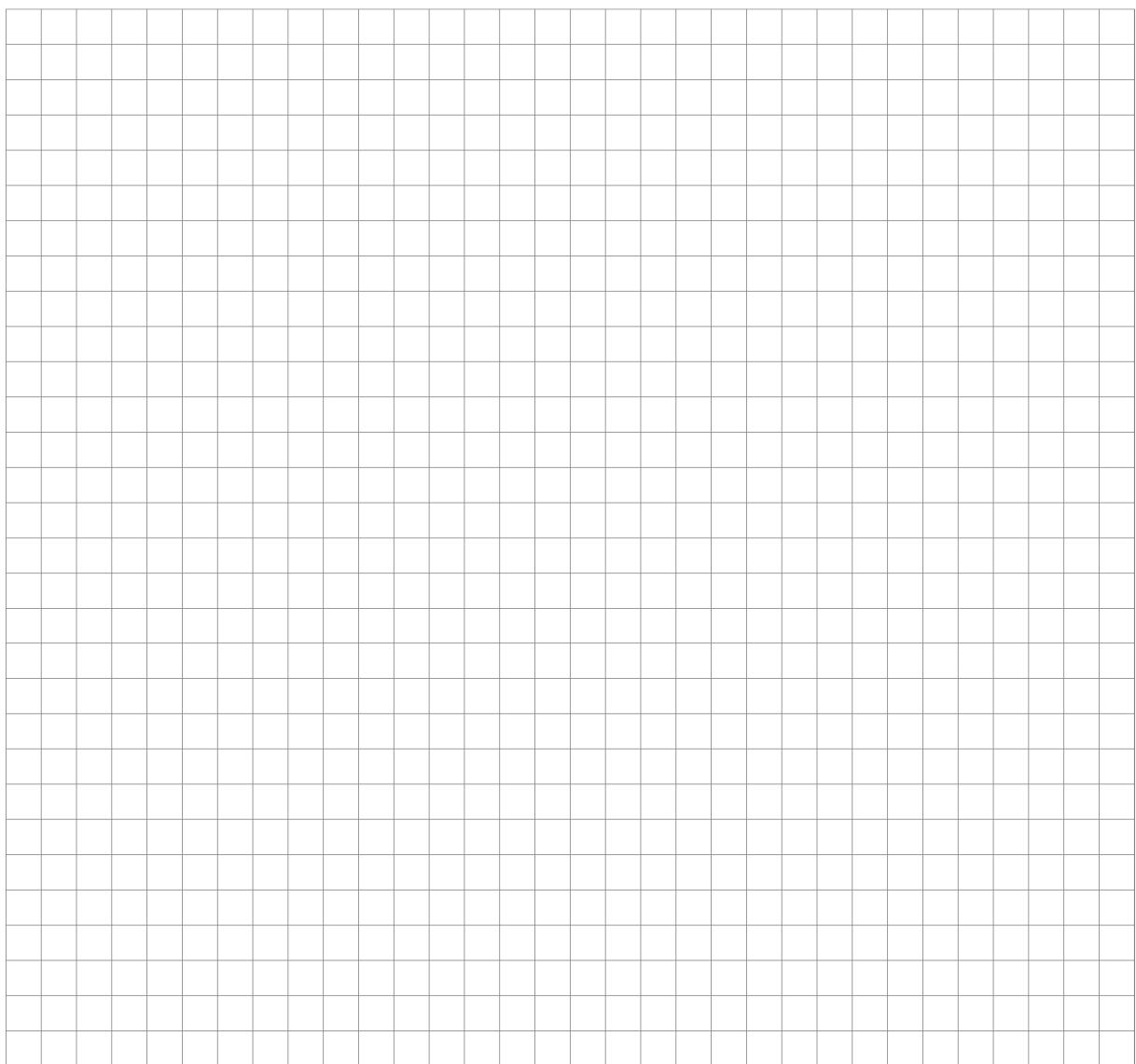
32. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ сторона основи $ABCD$ дорівнює c , а бічне ребро SA утворює з площину основи кут α . Через основу висоти піраміди паралельно грані ASD проведено площину β .

1. Побудуйте переріз піраміди $SABCD$ площею β .
2. Обґрунтуйте вид перерізу.
3. Визначте периметр перерізу.



Відповідь:

33. Розв'яжіть нерівність $\frac{\log_a x}{x^2 + (a-4)x + 4 - 2a} \leq 0$ залежно від значень параметра a .



Відповідь:

Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tg \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не існує
$\ctg \alpha$	не існує	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Кінець зошита