



*** термін
виконання
завдань – 75 хв.**

16 березня 2017 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

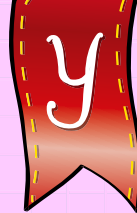
Рівень "Випускник"

умови завдань для учнів 11 класу загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

- * за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- * за неправильну відповідь бали не знімаються;
- * серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- * користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!



Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1 $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

А: 3,4

Б: 17

В: 34

Г: 201,7

Д: 340

2 Макет автомобіля, побудованого у відношенні 1:87 до оригіналу, має висоту 2 см. Якою є висота автомобіля-оригіналу?

А: 1,62 м

Б: 1,70 м

В: 1,74 м

Г: 1,86 м

Д: 1,94 м

3 На малюнку зображено схему з десятима островами, що з'єднані 15-ма мостами. Яку найменшу кількість мостів потрібно перекрити, щоби по тих, що залишилися, було неможливо добратися з острова А на острів В?

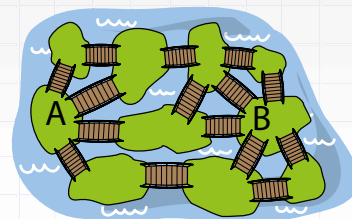
А: 1

Б: 2

В: 3

Г: 4

Д: 5



4 75% додатного числа a дорівнює 40% числа b . Яка із наведених у відповідях рівностей є правильною для цих чисел a і b ?

А: $15a = 8b$

Б: $7a = 8b$

В: $3a = 2b$

Г: $5a = 12b$

Д: $8a = 15b$

5 У якій із запропонованих відповідей записано розв'язок рівняння: $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1} \sqrt{x + 1}$?

А: $x \in \mathbb{R}$

Б: $-1 \leq x \leq 1$

В: $x \geq 1$

Г: $x \leq -1$

Д: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$

6 Дано коло з центром у точці O та діаметрами AB і CX , так що $OB = BC$. Яку частину площі круга складає площа частини круга, замальованої сірим кольором?

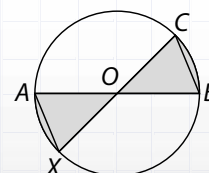
А: $\frac{2}{5}$

Б: $\frac{1}{3}$

В: $\frac{2}{7}$

Г: $\frac{3}{8}$

Д: $\frac{4}{11}$

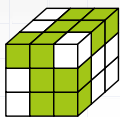


7

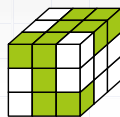
Фігура складається з двох зелених і одного білого кубика, склеєних разом так, як це показано на малюнку. Який, із запропонованих у відповідях, кубик можна скласти з 9 таких фігурок?



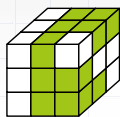
А:



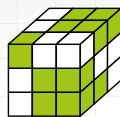
Б:



В:



Г:



Д:



8

У якій із координатних чвертей немає точок графіка функції $y = -3,5x + 7$?

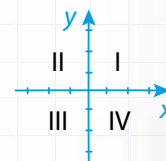
А: У I-й.

Б: У II-й.

В: У III-й.

Г: У IV-й.

Д: Точки графіка є в усіх чотирьох чвертях.



9

У відповідях є малюнки п'яти коробок із червоними та синіми кульками. Кількість кульок вказано на коробках. Із якої коробки Петро має витягти навмання кульку, щоб ймовірність витягнути синю кульку була найбільшою?

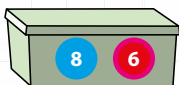
А:



Б:



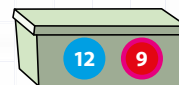
В:



Г:



Д:



10

Для додатних a, b правильною є рівність $a^2 + b^2 = 4ab$. Чому дорівнює значення виразу $2\log_2 \frac{a+b}{2} - \log_2(6ab)$?

А: -4

Б: -2

В: 0

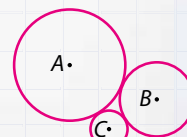
Г: 1

Д: 2

Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11

Три кола з центрами у точках A, B, C , попарно дотикаються одне до одного так, як показано на малюнку, мають радіуси 3 см, 2 см і 1 см відповідно. Чому дорівнює площа трикутника ABC ?

А: 6 cm^2 Б: $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ В: $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$ Г: 9 cm^2 Д: $2\sqrt{6} \text{ cm}^2$

12

Додатне число p менше від 1, а число q більше за 1. Який із виразів, запропонованих у відповідях, за цих умов, набуває найбільшого значення?

А: $p \cdot q$ Б: $p + q$ В: $\frac{p}{q}$ Г: p Д: q

13

Два циліндри A та B мають рівні об'єми. Радіус основи циліндра B на 10% більший, ніж радіус основи циліндра A . На скільки відсотків висота циліндра A більша, ніж висота циліндра B ?

А: На 5%.

Б: На 10%.

В: На 11%.

Г: На 20%.

Д: На 21%.

14

Якщо при $x > 1$ виконується рівність $x - \frac{1}{x} = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, то $x^2 + \frac{1}{x^2} = \dots$

А: 5

Б: 6

В: 7

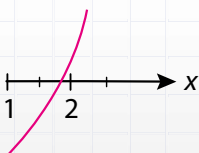
Г: 8

Д: 9

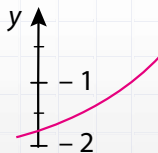
15

На чотирьох із запропонованих у відповідях малюнках зображено частини графіка однієї квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. На якому з малюнків зображено частину графіка іншої функції?

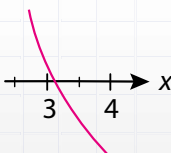
А:



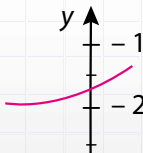
Б:



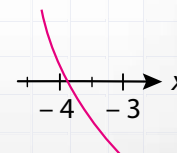
В:



Г:



Д:



16 Графік якої із функцій, запропонованих у відповідях, має найбільшу кількість спільних точок з графіком функції $y = x$?

A: $y = x^2$

Б: $y = x^3$

В: $y = x^4$

Г: $y = -x^4$

Д: $y = -x$

17 Оленка наклеїла оранжеві квадратики на голубий квадрат і отримала візерунок, який зображено на малюнку. Який відсоток площі початкового голубого квадрата складає площа його незаклеєної частини?

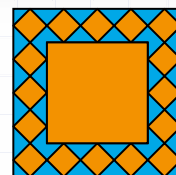
A: 16 %

Б: 24 %

В: 25 %

Г: 32 %

Д: 36 %



18 На графіку функції $y = x^2$ вибрано точки $C(-1; 1)$, $O(0; 0)$, $A(m; n)$ так, що $\angle ACO = 90^\circ$. Чому дорівнює значення суми $m + n$, якщо $m > 0$?

A: 3

Б: 4

В: 5

Г: 6

Д: 8

19 В опуклому чотирикутнику $ABCD$ діагоналі перпендикулярні, і $AB = 2017$ см, $BC = 2018$ см та $CD = 2019$ см. Чому дорівнює AD ?

A: 2016 см

Б: 2018 см

В: $\sqrt{2020^2 - 4}$ см

Г: $\sqrt{2018^2 + 2}$ см

Д: 2020 см

20 Пара чисел $(x; y)$ – розв'язок системи $\begin{cases} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{cases}$. Чому дорівнює значення $x + y$?

A: 1

Б: 2

В: 3

Г: 4

Д: 5

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 У виразі a^b , $a > 0$ основу a збільшили у 2017 разів, а показник b зменшили у 2017 разів. Чому дорівнює a , якщо значення виразу не змінилося?

A: 2017^{-1}

Б: 2017

В: $2017^{\frac{1}{2016}}$

Г: 2017^{2016}

Д: 2018^{2017}

22 Функція $y = f(x)$ задана на всій числовій прямій, так що $f(x) = 10x$, при $x \in [0; 10)$ і $f(x + 10) = \frac{1}{10}f(x)$ для усіх $x \in \mathbb{R}$. Чому дорівнює значення $\int_{16}^{17} f(x) dx$?

A: 6

Б: 6,5

В: 16,5

Г: 17,5

Д: 65

23 Послідовність a_n задано рекурентно: $a_1 = 2017$ і $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Тоді $a_{2017} =$

A: -2017

Б: $-\frac{1}{2016}$

В: $\frac{2016}{2017}$

Г: 1

Д: 2017

24 Через середини трьох суміжних ребер правильного тетраедра проведено чотири площини (див. мал.). Яку частину об'єму початкового тетраедра складає об'єм отриманого зеленого восьмигранника?

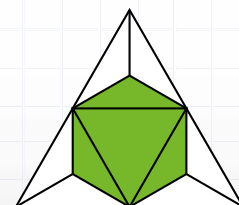
A: $\frac{4}{5}$

Б: $\frac{3}{4}$

В: $\frac{2}{3}$

Г: $\frac{1}{2}$

Д: $\frac{1}{3}$



25

Галинка сказала шість висловлень про задумане двоцифрове число:

«Одна з його цифр це 2».

«Воно більше, ніж 50».

«Це парне число».

«Воно менше, ніж 30».

«Воно ділиться на три».

«Одна з його цифр є 7».

Знаючи, що дівчинка сказала два хибні висловлення та чотири істинні, і між хибними висловленнями є рівно два істинні, знайдіть задумане число. Чому дорівнює сума цифр цього числа?

А: 9

Б: 12

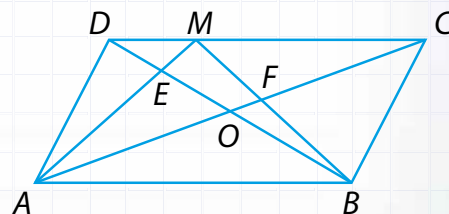
В: 13

Г: 15

Д: 17

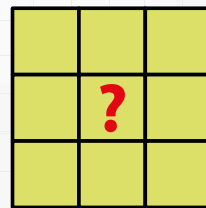
26

На малюнку зображено паралелограм $ABCD$ з площею S . Точка O є точкою перетину його діагоналей. На стороні DC вибрано точку M так, що сума площ трикутників AED і BFC дорівнює $\frac{1}{3}S$. Яку частину площі паралелограма складає площа чотирикутника $EOFM$?

А: $\frac{1}{6}$ Б: $\frac{1}{8}$ В: $\frac{1}{10}$ Г: $\frac{1}{12}$ Д: $\frac{1}{14}$

27

Сума дев'яти цілих чисел, записаних у клітинах таблиці розміром 3×3 , дорівнює 500. Відомо, що числа в будь-яких двох сусідніх клітинках цієї таблиці (тих, що мають спільну сторону) відрізняються на 1. Яке з чисел, запропонованих у відповідях, є в центральній клітинці?



А: 50

Б: 54

В: 55

Г: 56

Д: 57

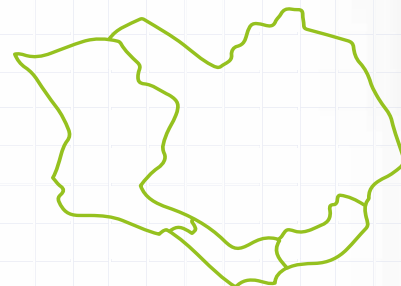
28

Сума довжин трьох сторін прямокутного трикутника дорівнює 18 см, а сума квадратів довжин цих сторін дорівнює 128 см^2 . Чому дорівнює площа трикутника?

А: 18 см^2 Б: 16 см^2 В: 12 см^2 Г: 10 см^2 Д: 9 см^2

29

Оксанка має чотири різні кольорові олівці і хоче використати всі або деякі з них, щоб розфарбувати карту острова, розділеного на чотири країни (див. мал.). На карті дві країни, що мають спільний кордон, не можуть бути розфарбованими одним і тим самим кольором. Скількома способами вона може розфарбувати карту острова?



А: 12

Б: 18

В: 24

Г: 36

Д: 48

30

Чому дорівнює найбільше ціле значення параметра a , для якого рівняння

$$\frac{x^2 - 16}{\sin(\pi\sqrt{x-a})} = 0 \text{ має єдиний розв'язок?}$$

А: -3

Б: -2

В: 1

Г: 2

Д: 3